

3

BEPALING VAN DIE ELASTISITEITSKONSTANTES.
VAN YSTER ENKEL-KRISTALLE.

deur

J.C. LOMBAARD.

Voorgelê ter vervulling van ongeveer een
kwart van die vereistes vir die graad

MAGISTER SCIENTIAE

in die

FAKULTEIT NATUURWETENSKAPPE
UNIVERSITEIT VAN DIE ORANJE VRYSTAAT,
BLOEMFONTEIN.

Oktober 1966.

JOVS-SASOL-BIBLIOTEEK 0090271



111092431701220000019

Universiteit van die Orange-Vrystaat

BLOEMFONTEIN

16-5-1967

100211

No.

BIBLIOTEEK

INHOUDSOPGAWE.

<u>NO.</u>		<u>BLADSY.</u>
1.	Inleiding	1.
2.	Teorie : Inleiding	2.
3.	Belasting	3.
4.	Deformasie	4.
5.	Hooke se wet	6.
6.	Matriks notasie	8.
7.	Energie van 'n gedeformeerde kristal	10.
8.	Die effek van kristal simmetrie	12.
9.	Golf voortplanting	14.
10.	Algemene metode	19.
11.	Eksperimentele prosedure	20.
12.	Opstelling in klokglas (fig.2)	21.
13.	Suiwering van waterstof	21.
14.	Vul van klokglas met waterstof	22.
15.	Eksperimentele probleme	22.
16.	Toets vir suiwer waterstof	25.
17.	Probleme met bufferstaaf	27.
18.	Vashegmateriaal	28.
19.	Vasheg van monster	29.
20.	Vasheg van oordraer	30.
21.	Neem van lesings	31.
22.	Referansies	33.

1. INLEIDING:

Elastisiteitskonstantes kan volgens twee hoofmetodes bepaal word naamlik statiese metodes, wat die isotermiese moduli gee, en tweedens dinamiese metodes wat die adiabatiese moduli gee. Laasgenoemde metodes het die voordele dat dit akkurater is, kleiner monsters gebruik kan word, temperatuur beheer makliker is en kruip (creep) vermy word. Om bogenoemde redes is die ultrasoniese differensiële pad metode, wat 'n dinamiese metode is, gebruik.

Ultrasoniese pulse word in die monster ingestuur en hul snelheid daarin bepaal. Daar bestaan 'n verband tussen die snelheid van die pulse in die monster en die elastisiteitskonstantes en hieruit kan die konstantes dan bepaal word. Yster wat 'n kubiese kristal struktuur het, het slegs drie onafhanklike elastisiteitskonstantes nl. C_{11} , C_{12} en C_{44} . Die verband tussen dié konstantes en die snelheid van die pulse in die monster word gegee deur

$$pv_1^2 = \frac{1}{2} (C_{11} + C_{12} + 2C_{44})$$

$$pv_2^2 = \frac{1}{2} (C_{11} - C_{12})$$

$$pv_3^2 = C_{44}$$

waar v_1 , v_2 en v_3 onderskeidelik die snelheid van 'n longitudinale golf in $[1,1,0]$ rigting, die snelheid van 'n transversale golf gepolariseer in die $[1,\bar{1},0]$ rigting en

100

When we consider the various forms of energy, we find that they are all convertible into one another. This is the principle of conservation of energy. The total energy of a system remains constant, although it may change from one form to another. For example, when a ball is thrown upwards, its kinetic energy is converted into potential energy as it rises. At the top of its path, all the kinetic energy has been converted into potential energy. As the ball falls, the potential energy is converted back into kinetic energy. In a similar manner, electrical energy can be converted into heat energy, as in a resistor, or into mechanical energy, as in an electric motor. The principle of conservation of energy is one of the most fundamental laws of physics.

$$E_{kin} + E_{pot} = \text{constant}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{pot} = mgh$$

of the particles are equal. The total energy of a system of particles is conserved. This is the principle of conservation of energy. The total energy of a system remains constant, although it may change from one form to another. For example, when a ball is thrown upwards, its kinetic energy is converted into potential energy as it rises. At the top of its path, all the kinetic energy has been converted into potential energy. As the ball falls, the potential energy is converted back into kinetic energy. In a similar manner, electrical energy can be converted into heat energy, as in a resistor, or into mechanical energy, as in an electric motor. The principle of conservation of energy is one of the most fundamental laws of physics.

die snelheid van 'n transversale golf gepolariseer in die [1,0,0] rigting is. Die digtheid van die monster is ρ .

Deur die temperatuur te varieer kan die konstantes as 'n funksie van temperatuur bepaal word. Daar is beoog om die konstantes te bepaal vanaf kamertemperatuur $20 \pm ^\circ\text{C}$ tot $780 \pm ^\circ\text{C}$ d.w.s. tot by temperature effens hoër as die Curie-temperatuur van yster.

Die metings is van belang omdat verwag word dat die gedrag van die elastisiteitskonstantes sal afwyk van die normale by die Curie-temperatuur aangesien dit afhanklik is van die interatomiese kragte, en aangesien die magnetiese konstantes se gedrag, wat ook afhanklik is van die interatomiese kragte, groot veranderinge ondergaan by die Curie-punt.

2. TEORIE: INLEIDING:-

In die hele bespreking van die teorie maak ons gebruik van die volgende aannames:

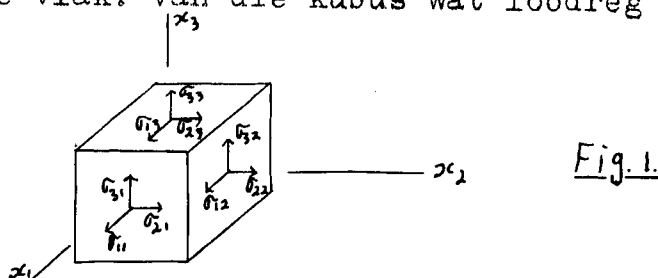
- (i) dat al die deformatsie infinitesimale deformatsies is.
- (ii) Hooke se wet gehoorsaam word.
- (iii) dat ons 'n kartesiese koördinaat sisteem gebruik.

Uit aannames (i) en (ii) volg dat die beskouing heeltemal klassiek is en dat die moontlike bestaan van groot deformatsies en tyd afhanklike effekte soos kruip nie beskou

word nie. Uit (iii) volg dat algemene koördinaat-sisteme nie beskou word nie. Ons maak ook gebruik van Einstein se konvensie vir tensor analiese naamlik dat as 'n voetteken meer as eenmaal voorkom dan beteken dit outomaties dat ons moet sommer oor alle waardes vir daardie voetteken.

3. BELASTING:

Die belasting T_{ij} , die krag per eenheids oppervlakte, wat inwerk op die vlakke van 'n kubiese element in 'n homogeen belaste liggaam word getoon in fig. 1. Ons dui met T_{ij} die komponent van die krag in die $+Ox_i$ rigting aan wat werk op die vlak. van die kubus wat loodreg op Ox_j -as is.



Die T_{ii} is die normale belastingskomponente en die $T_{ij} (i \neq j)$ is die afskuif belastingskomponente. Die voorwaarde vir zero rotasie van die element, wat verkry word deur momente te neem om die asse deur die middelpunt van die kubus parallel aan die koördinaat asse, is:

$$T_{ij} = T_{ji} \quad \text{-----}(1)$$

Die hoeveelhede T_{ij} vorm die komponente van 'n tensor.

Behalwe vir die belastingskomponente getoon in fig. 1 kan daar ook liggaamskragte, soos byvoorbeeld die gewig

van die liggaam self, inwerk op die liggaam. Indien die belastingskomponente nie-homogeen is sal die volume elemente in die liggaam ook onderhewig wees aan 'n versnelling. Uit Newton se tweede wet volg dat as die belastingskomponente varieer met posisie dan hou die volgende verband:

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \ddot{u}_i \quad \text{-----} \quad (2)$$

waar g_i die komponent van die liggaamskrag in die Ox_i -rigting is en \ddot{u}_i die versnellingskomponent in Ox_i rigting is en ρ die digtheid. Vergelyking (2) sluit die differensiasie van 'n tensor in en Einstein se konvensie geld nog sodat ons vir $i = 1$ het:

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} + \rho g_1 = \rho \ddot{u}_1$$

met soortgelyke vergelykings vir $i = 2$ en $i = 3$. Bogenoemde vergelykings word die bewegingsvergelykings vir translasië van 'n klein element genoem. Indien die komponente van die versnellingsvektor zero is is bogenoemde die ewewigsvergelykings.

4. DEFORMASIE:

Die deformatsie van 'n liggaam is verbind aan die verplasing van 'n punt in die liggaam. Indien as gevolg van 'n deformatsie die koördinate van 'n punt in die liggaam verander

van (x_1, x_2, x_3) na $(x_1 + u_1, x_2 + u_2, x_3 + u_3)$, waar u_i die komponente van die verplasingvektor is, dan definieer ons die tensor ϵ_{ij} deur:

$$\epsilon_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

Enige tweede rangse tensor kan uitgedruk word as die som van 'n simmetriese en antisimmetriese tensor en ons kan dus skryf:

$$\epsilon_{ij} = e_{ij} + w_{ij}$$

waar: $e_{ij} = \frac{1}{2}(\epsilon_{ij} + \epsilon_{ji})$ en $w_{ij} = \frac{1}{2}(\epsilon_{ij} - \epsilon_{ji})$

Die simmetriese deel van die tensor met

komponente:
$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ ----- (3)}$$

stel die deformatsie voor by die punt. Ons het byvoorbeeld:

$$e_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad e_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right)$$

en dit volg dat:

$$e_{ij} = e_{ji} \text{ ----- (4)}$$

Die antisimmetriese deel van die tensor met komponente

$$w_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ stel die rotasie voor.}$$

As gevolg van vergelyking (4) is daar slegs ses onafhanklike

deformasie komponente naamlik e_{11} , e_{22} , e_{33} , e_{12} , e_{13} en e_{23} . Die komponente e_{11} , e_{22} en e_{33} word die uitrekingsdeformasie genoem en is die uitrekking van daardie elemente van eenheidslengte wat oorspronklik parallel aan die Ox_1 , Ox_2 en Ox_3 asse respektiewelik getrek is. Fisies kan dit gedefinieer word deur die verandering in lengte gedeel deur die oorspronklike lengte. e_{12} , e_{13} , en e_{23} is die afskuif deformasies.

5. HOOKE SE WET:

'n Vaste liggaam verander sy vorm as dit belas word. Indien die belasting onderkant 'n sekere limiet, die elastiese limiet genoem, is, kan die liggaam na sy oorspronklike vorm terugkeer wanneer die belasting verwyder word. Hooke het opgelet dat vir genoegsame klein belastings is die deformasie eweredig aan die grootte van die aangewende belasting. Hooke se wet kan in simbole geskryf word as:

$$e = sT$$

waar s 'n konstante is, genoem die elastiese meegeekonstante, vir die spesifieke belasting en deformasie rigtings. As 'n alternatief kan ons skryf:

$$T = Ce \quad \text{dus} \quad C = \frac{T}{e}$$

waar C die elastiese styfheidskonstante genoem word.

Ons het uit voorgaande teorie gesien dat homogene belastings en deformasies gespesifiseer word deur tweede rangse tensore. Indien 'n homogene belasting op 'n kristal aangewend word kan ons die belastingskomponente uitdruk in terme van die deformasiekomponente deur die vergelykings:

$$T_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} \text{-----} \quad (5)$$

waar C_{ijkl} die 81 elastiese styfheidskonstantes van die kristal is. Die 81 komponente van C_{ijkl} vorm 'n vierde rangse tensor.

Om fisiese waarde aan die C_{ijkl} van vergelyking (5) te heg beskou ons 'n stel belastingskomponente wat op die kristal aangewend word en so gekies word dat al die deformasiekomponente behalwe een normale komponent of 'n paar afskuif komponente verdwyn. Die belastingskomponente wat die afskuif deformasiekomponente e_{12} en e_{21} produseer is.

$$\begin{aligned} S_{ij} &= C_{ij12} e_{12} + C_{ij21} e_{21}. \\ &= (C_{ij12} + C_{ij21}) e_{12}. \end{aligned}$$

want uit (4) is $e_{ij} = e_{ji}$. Ons kan nie 'n eksperiment uitvoer om te onderskei tussen C_{ij12} en C_{ij21} nie.

Om dus nog 'n konstante te vermy stel ons die paar koëffisiente wat altyd saam voorkom gelyk aan mekaar. Dan het ons in

die algemeen $C_{ijkl} = C_{ijlk} \text{-----} \quad (6)$

Beskou nou 'n deformatsie parallel aan die Ox_3 as.

Die belastingskomponente word gegee deur

$$T_{ij} = C_{ij33} e_{33} \quad \text{en} \quad T_{ji} = C_{ji33} e_{33}$$

uit (1) $T_{ij} = T_{ji}$

$$\therefore C_{ij33} = C_{ji33}$$

en in die algemeen $C_{ijkl} = C_{jikl}$ ----- (7)

Vergelykings (6) en (7) verminder die aantal onafhanklike C_{ijkl} van 81 na 36.

6. MATRIKS NOTASIE:

As gevolg van die simmetrie in T_{ij} , e_{ij} en die simmetrie van C_{ijkl} in die eerste twee en die laaste twee voettekens is dit moontlik om 'n matriks-notasie in te voer. Die voettekens in die tensor-notasie kan vervang word op die volgende manier:

Tensor notasie: 11 22 33 23,32 31,13 12,21

Matriksnotasie: 1 2 3 4 5 6

Ons kan dus die belastings- en deformasiekomponente skryf as:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{12} & T_{22} & T_{23} \\ T_{13} & T_{23} & T_{33} \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} T_1 & T_6 & T_5 \\ T_6 & T_2 & T_4 \\ T_5 & T_4 & T_3 \end{pmatrix} \text{----- } 8(a)$$

$$\begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{12} & e_{22} & e_{23} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} e_1 & \frac{1}{2}e_6 & \frac{1}{2}e_5 \\ \frac{1}{2}e_6 & e_2 & \frac{1}{2}e_4 \\ \frac{1}{2}e_5 & \frac{1}{2}e_4 & e_3 \end{pmatrix} \text{----- } 8(b)$$

waar: $2 e_{ij} = e_m$ ($m = 4, 5$ of 6).

Volgens die tensor notasie kan ons nou skryf:

$$C_{ijkl} = C_{mn} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3; \quad m, n = 1, 2, \dots 6)$$

Vergelyking (5) neem dan die volgende vorm aan:

$$T_i = C_{ij} e_j \quad (i, j = 1, 2, \dots 6) \text{----- } (9)$$

en in matriks vorm is (C_{ij})

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \text{----- } (10)$$

7. ENERGIE VAN 'N GEDEFORMEERDE KRISTAL.

Beskou 'n kristal wat in sy ongedeformeerde toestand die vorm van 'n kubus met eenheids sye het. Veronderstel ons onderwerp dit aan 'n klein deformatsie met komponente e_i . Laat al die deformatsiekomponente verander na $e_i + de_i$. Ons kan nou bewys dat die arbeid verrig deur die belastingskomponente T_i wat op die kubus vlakke gelyk is aan

$$dW = T_i de_i \quad (i = 1, 2, 3 \text{ ---- } 6) \text{ ---- (11)}$$

Gestel die deformatsiekomponent e_1 is vermeerder na $e_1 + de_1$ terwyl al die ander komponente en die posisie van die middelpunt van die kubus onveranderd gelaat word. Die twee vlakke loodreg op Ox_1 sal buitewaarts beweeg met 'n hoeveelheid $\frac{1}{2} de_1$. Die ander vier vlakke sal slegs toeneem in oppervlakte maar die posisie van hulle middelpunte sal onveranderd bly. Die arbeid verrig deur die kragte op die laaste vier vlakke is dus zero. Die arbeid verrig deur die kragte op die vlakke loodreg op die Ox_1 -as is gelyk aan die verplasing vermenigvuldig met die normale komponent van die krag daarop; dit is

$$2 T_1 \cdot \frac{1}{2} de_1 = T_1 de_1$$

Bogenoemde is die term vir $i = 1$ in (11). Netso kan die terme vir $i = 2$ en $i = 3$ bepaal word. Laat die kubus

11/

nou afgeskuif word (sheared) deur die twee vlakke loodreg op Ox_2 in teenoorgestelde rigtings parallel aan Ox_3 te laat beweeg sodat die deformatsie komponent e_4 na $e_4 + de_4$ verhoog word. In hierdie afskuif deformatsie beweeg die middelpunt van die vlakke loodreg op Ox_2 'n afstand $\frac{1}{2} de_4$. Die komponente van die krag op die vlakke is in die T_4 rigting. Die arbeid verrig deur die kragte is dus

$2 T_4 \times \frac{1}{2} de_4 = T_4 de_4$. Die terme vir $i = 5$ en $i = 6$ kan op 'n soortgelyke manier bepaal word. Indien die deformatsie proses isotermaies en omkeerbaar is, is die arbeid verrig gelyk aan die toename in die vrye energie $d\psi$. en ons kan skryf dat per eenheidse volume

$$d\psi = dw = T_i de_i$$

As Hooke se wet gehoorsaam word het ons uit (9)

$$d\psi = C_{ij} e_j de_i$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial e_i} = C_{ij} e_j$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial e_j \partial e_i} = C_{ij}$$

Maar is slegs 'n funksie van die toestand van die liggaam en die orde van differensiasie is nie belangrik nie. Dus is:

$$C_{ij} = C_{ji} \quad \text{-----} \quad (12)$$

Die simmetrie van die (C_{ij}) matriks volgens vergelyking (5) verminder die onafhanklike elastisiteits konstantes van 36 na 21.

8. DIE EFFEK VAN KRISTAL SIMMETRIE.

Alle kristalle is opgebou uit drie tipe simmetrie elemente naamlik (i) spieël vlak simmetrie (ii) suiwer rotasie asse (iii) rotasie inversie asse. 'n Spieël vlak simmetrie verander enige punt in die kristal na sy spieëlbeeld. Indien 'n kristal 'n n-voudige rotasie as besit sal 'n rotasie om die as deur 'n hoek $\frac{2\pi}{n}$, waar $n = 1, 2, 3, 4$ of 6 is, kongruensie bewerkstellig tussen die kante en vlakke van die kristal in sy aanvanklike en finale posisie. 'n n-voudige inversie as ($n = 1, 2, 3, 4$ of 6) stem ooreen met 'n rotasie om die as deur 'n hoek $\frac{2\pi}{n}$ gevolg deur 'n inversie deur 'n middelpunt; dié inversie verander 'n punt (x_1, x_2, x_3) na $(-x_1, -x_2, -x_3)$. As bogenoemde operasie uitgevoer word is die vlakke en kante van die kristal in die aanvanklike en die finale posisie kongruent. Die bestaan van bogenoemde simmetrie elemente lei daartoe dat party van die elastisiteitskonstantes verdwyn en tot 'n algebraïese verband tussen die oorblywende konstantes. Hoe groter die simmetrie hoe minder konstantes is daar. Om die verband te bepaal word 'n transformasie wat die kristal skynbaar invariant laat uitgevoer en die ooreenstemmende konstan-

tes voor en na die transformasie gelyk gestel. Indien die konstantes van teken verander moet dit zero wees terwyl as die teken van die konstantes dieselfde bly, bly die konstante behoue.

'n Kubiese kristal, soos byvoorbeeld yster, het 'n viervoudige rotasie as normaal op elke parallelle paar kubusvlakke. Kies die asse parallel aan die kubus rye met anypunt by die kubus middelpunt. Beskou 'n rotasie van om die x_1 -as en ons vind dan dat

$$C_{14} = C_{15} = C_{16} = C_{25} = C_{26} = C_{35} = C_{45} = C_{46} = C_{56} = 0.$$

$$C_{12} = C_{13}, \quad C_{22} = C_{33} \quad C_{55} = C_{66}$$

Beskou 'n rotasie om die x_3 -as dan vind ons

$$C_{14} = C_{15} = C_{24} = C_{25} = C_{34} = C_{35} = C_{45} = C_{46} = C_{56} = 0.$$

$$C_{11} = C_{22}, \quad C_{44} = C_{66}, \quad C_{13} = C_{23}$$

Dus vir 'n kubiese kristal word die elastisiteits-konstante matriks (10)

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix}$$

9. GOLF VOORTPLANTING:

Uit vergelyking (2) het ons dat die bewegingsvergelykings wat die ruimte variasie van belasting in die liggaam verbind met die versnelling van sy elemente gegee word deur.

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \ddot{u}_i$$

Indien die komponente g_i van die liggaamskragte zero is word die bewegingsvergelykings

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \rho \ddot{u}_i$$

Uit (5) het ons: $\frac{\partial \{C_{ijkl} e_{kl}\}}{\partial x_j} = \rho \ddot{u}_i$

en $C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$ ----- (13)

Ons aanvaar 'n vlakgolfoplossing van die vorm

$$u_k = U_k e^{i(\omega t - \underline{K} \cdot \underline{r})}$$
 ----- (14)

waar die vlakgolf beweeg in 'n rigting beskryf deur die voortplantingsvektor \underline{K} en U_k die komponente van die verplasings amplitude is. Die voortplantingsvektor \underline{K} en die eenheidsvektor \underline{n} is normaal op die golffront d.i.

loodreg op die vlakke van konstante fase. Die gewone golfverband $\underline{K} = \frac{\omega}{v} \underline{n} = \frac{2\pi}{\lambda} \underline{n}$ geld waar ω = frekwensie,

v = snelheid, λ = golflengte en \underline{r} die posisie vektor is.

Uit (14)

$$\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = - \frac{w^2}{v^2} a_j a_l U_k e^{i(\omega t - \frac{w}{v} \underline{n} \cdot \underline{r})}$$

waar a_j en a_l die rigtingskosinusse van die normaal op die golffront is.

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = - w^2 U_i e^{i(\omega t - \frac{w}{v} \underline{n} \cdot \underline{r})}$$

Substitueer in (13)

$$a_j a_l C_{ijkl} U_k = \rho v^2 U_i$$

$$\therefore S_{ik} U_k - \rho v^2 U_i = 0$$

waar $S_{ik} = a_j a_l C_{ijkl}$, die Christoffel styfheid genoem,

en $S_{ik} = S_{ki}$ geld

Stel $U_i = \delta_{ik} U_k$

waar δ_{ik} die Kronecker delta is.

$$\therefore (S_{ik} - \rho v^2 \delta_{ik}) U_k = 0 \quad \text{-----} \quad (15)$$

Uit (15) kry ons dus drie vergelykings

$$(S_{11} - \rho v^2) U_1 + S_{12} U_2 + S_{13} U_3 = 0$$

$$S_{12} U_1 + (S_{22} - \rho v^2) U_2 + S_{23} U_3 = 0$$

$$S_{13} U_1 + S_{23} U_2 + (S_{33} - \rho v^2) U_3 = 0$$

Die voorwaarde dat U_1 , U_2 en U_3 nie-triviale oplossings oplossings het, is dat die koefisiënt determinant nul moet wees. Dus

$$\begin{vmatrix} S_{11} - \rho v^2 & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} - \rho v^2 & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} - \rho v^2 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{----- (16)}$$

wat kubies is in ρv^2 en daar is in die algemeen drie snelhede geassosieer met 'n gegewe a_1 , a_2 en a_3 .

Uit $S_{ik} = a_j a_l C_{ijkl}$ kry ons vir $i = 1$, $k = 1$ en as ons die C_{ijkl} in matriks notasie skryf dat

$$S_{11} = a_1^2 C_{11} + a_2^2 C_{66} + a_3^2 C_{55} + 2a_1 a_2 C_{16} + 2a_1 a_3 C_{15} + 2a_2 a_3 C_{56}$$

Vir 'n kubiese kristal met slegs die onafhanklike konstantes C_{11} , C_{12} , C_{44} het ons dus

$$S_{11} = a_1^2 C_{11} + (a_2^2 + a_3^2) C_{44}$$

Op soortgelyke manier kon die ander vyf Christoffel styfhede vir 'n kubiese kristal bepaal word. Vir 'n kubiese kristal word vergelyking (16) dus

$$\begin{vmatrix}
 a_1^2 C_{11} + (a_2^2 + a_3^2) C_{44} - \rho v^2 & a_1 a_2 (C_{12} + C_{44}) & a_1 a_3 (C_{12} + C_{44}) \\
 a_1 a_2 (C_{12} + C_{44}) & (a_1^2 + a_3^2) C_{44} + a_2^2 C_{11} - \rho v^2 & a_2 a_3 (C_{12} + C_{44}) \\
 a_1 a_3 (C_{12} + C_{44}) & a_2 a_3 (C_{12} + C_{44}) & (a_1^2 + a_2^2) C_{44} + a_3^2 C_{11} - \rho v^2
 \end{vmatrix} = 0$$

----- (17)

Die [1,1,0] rigting is die mees bruikbare een waarin 'n longitudinale en twee transversale golwe gestuur kon word, omdat soos ons sal aantoon ons aldrie die konstantes kon meet deur golwe in dié rigting te stuur. Vir deeltjiebeweging in die [1,1,0] rigting is die rigtingskosinusse

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

$$a_1^2 = a_2^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ en } a_3 = 0$$

Subst. bogenoemde in (17) dan kry ons.

$$\begin{vmatrix}
 \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) - \rho v^2 & \frac{1}{2}(C_{12} + C_{44}) & 0 \\
 \frac{1}{2}(C_{12} + C_{44}) & \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) - \rho v^2 & 0 \\
 0 & 0 & C_{44} - \rho v^2
 \end{vmatrix} = 0$$

Wat as volg vereenvoudig kan word.

$$(C_{44} - \rho v^2) \begin{vmatrix} \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) - \rho v^2 & \frac{1}{2}(C_{12} + C_{44}) \\ \frac{1}{2}(C_{12} + C_{44}) & \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) - \rho v^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(C_{44} - \rho v^2) \{ [\frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) - \rho v^2]^2 - [\frac{1}{2}(C_{12} + C_{44})]^2 \} = 0$$

$$(C_{44} - \rho v^2) \{ \rho v^2 - \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) - \frac{1}{2}(C_{12} + C_{44}) \} \{ \rho v^2 - \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) + \frac{1}{2}(C_{12} + C_{44}) \} = 0$$

$$\therefore \rho v^2 = \frac{1}{2}(C_{11} + C_{44}) \pm \frac{1}{2}(C_{12} + C_{44})$$

$$\rho v^2 = C_{44}$$

Dus kan ons die drie oplossings skryf as

$$v_1^2 = \frac{C_{11} + C_{12} + 2C_{44}}{2\rho}$$

$$v_2^2 = \frac{C_{11} - C_{12}}{2\rho}$$

$$v_3^2 = \frac{C_{44}}{\rho}$$

----- (18)

wat die snelhede van golwe gepropageer in dien [1,1,0] rigting van 'n kubiese kristal is. Daar is gevind dat v_1 die longitudinale golf is terwyl v_2 en v_3 die twee transversale golwe is.

Die elastiese konstantes van 'n kubiese kristal kan dus bepaal word indien die voortplantingsnelheid van belastings-

golwe in die kristal bekend is.

10. ALGEMENE METODE:

Uit voorgaande teorie het ons gesien dat die elastisiteitskonstantes van vaste stowwe bepaal kan word deur die snelheid van belastingsgolwe in die vastestof te bepaal. Geskikte lae amplitude belastingsgolwe kan opgewek word met behulp van pieso-elektriese kristalplate. By skerp impedansie diskontinuiteite, soos byvoorbeeld by 'n kristal-lug grens word die golwe gedeeltelik weerkaats. Deur hiervan gebruik te maak kan die snelheid van die golwe in die monster bepaal word.

Die metode wat gebruik word vir die metings is die puls gemoduleerde hoë frekwensie metode. Die beginsel waarop die metode berus is om pulse in die monster in te stuur en dan hul snelheid daarin te bepaal. Die metode wat gebruik is, is 'n kombinasie van die bufferstaaf- en die differensiële pad tegnieke. Die golwe word met behulp van kwarts kristalplaatjies (oordraers genoem) na die monster oorgedra. Indien die kwarts oordraer egter uitrek ~~teen~~ die monster vasgeheg word ontstaan distorsie as gevolg van interferensie van die golwe wat van die twee vlakke van die kristal weerkaats word. Om bogenoemde probleem te oorbrug word 'n bufferstaaf tussen die monster en die oordraer aangebring. Die vasheg

materiaal wat gebruik word om die monster aan die buffer-
staaf vas te heg het ook 'n effek van onsekere karakter op
die gemete bewegingstyd van die pulse in die monster. Die
vasheg materiaal moet sterk genoeg wees om transversale gol-
we deur te laat maar terselfdertyd moet dit sodanig wees dat
dit nie die monster te veel strem om uit te sit of saam te
trek nie. Ander onseker verdragings kom ook voor as gevolg
van temperatuur gradiënte in die monster. Om bogenoemde
probleem te oorbrug is die differensiële pad metode gebruik.
'n Skouer word by die vry end van die monster gemaak. Die
golwe word dan van albei vlakke af weerkaats en die tyd, en
dus die snelheid, wat die puls neem om van die een vlak tot
by die ander te beweeg word bepaal.

11. EKSPERIMENTELE PROSEDURE:

Die pulse word geproduseer deur 'n Krautkramer Ultraso-
niese fout-opspoorder. Die pulse word met behulp van kon-
sentriese skermkabels na die oordraer en terug geneem om
strooivelde uit te skakel. Die weerkaatsde golwe word voor-
versterk. Hiervandaan gaan die pulse na die Beckman-teller
waar die tyd interval tussen twee ooreenstemmende pieke van
twee opeenvolgende pulsweerkaatsings gemeet word. Vandaar
gaan die sein na die Tetronix 555 dubbel straal ossiloskoop
waar dit versterk en waargeneem word op die skerm. Sien
fig. (4)

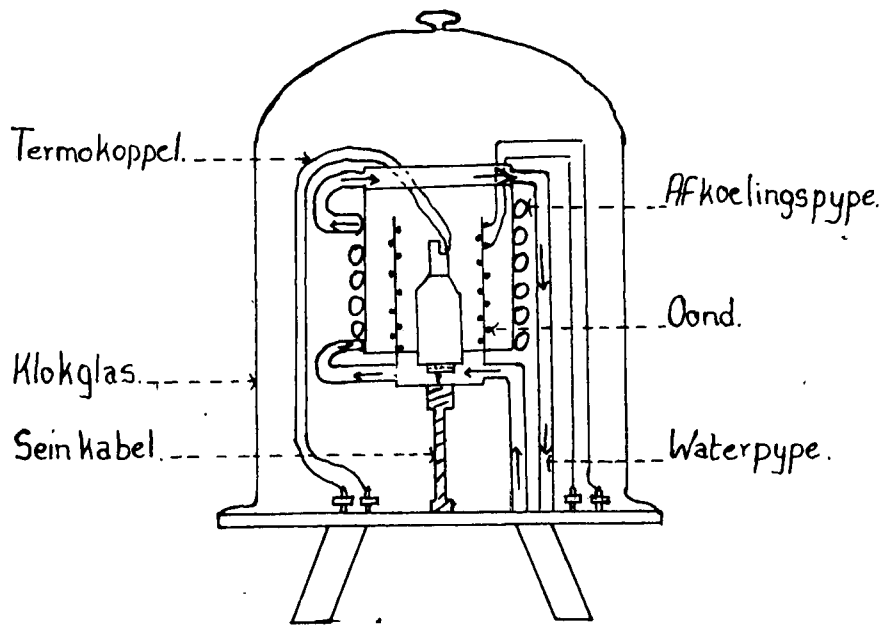
Die tyd interval wat gemeet word, word dus direk van die teller afgelees.

12. OPSTELLING IN KLOKGLAS Fig.(2).

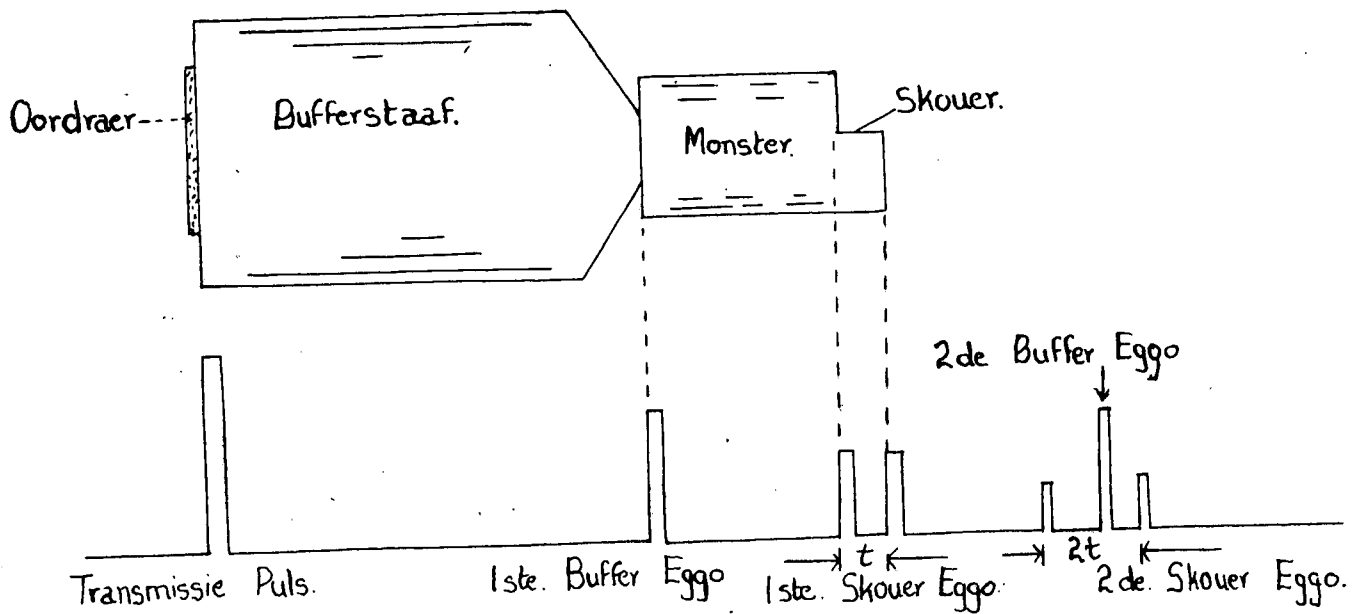
Die bufferstaaf en monster word binne in 'n waterverkoelde oond geplaas. Die oond word binne in 'n klokglas met 'n staander vasgeknyp. Spesiale lugdigte terminale is aangebring waarmee die termokoppeldrade, oond verhitingsdrade en waterpype uit die klokglas gebring kan word. Die onderpunt van die bufferstaaf, waaraan die kwarts-oordraer vasgeplak is, is water verkoel. Aangesien die oordraer gevoelig is vir geringe temperatuur stygings is dit eerste afgekoel en daarna is dieselfde water gebruik om die res van die oond af te koel. Die afkoeling van die oond is nodig aangesien dit nie goed geïsoleer kan word nie en die klokglas dus te warm kan word en die gevaar bestaan dat dit kan bars.

13. SUIWERING VAN WATERSTOF:

Die waterstof is eers oor gepalladeerde asbes-katalis gestuur wat enige suurstof wat daarin mag wees met die waterstof laat reageer het om water te vorm. Hierna is die gas gedroog en verder gesuiwer deur dit oor silikajel, wat met vloeibare stikstof afgekoel is te stuur.



Figuur 2: Klokglas Opstelling.



Figuur 3: Skematiese Diagram van die Bufferstaaf differensiele pad metode met puls patroon.

14. VUL VAN KLOKGLAS MET WATERSTOF.

Om te verhoed dat die monster met verhitting oksideer is in 'n waterstof atmosfeer gewerk. Ten einde die gevaar van 'n ontploffing te verminder, wanneer die klokglas met waterstof gevul word, word die lug eers „uitgepomp” met behulp van vloeibare stikstof. 'n Fles word eenvoudig net met vloeibare stikstof gevul en die uitlaat daarvan verbind aan die klokglas. Die druk wat ontstaan as die stikstof verdamp is groot genoeg om die lug in die klokglas te verplaas. Hierna word suiwer waterstof ingelei en die stikstof verplaas. Die waterstof wat uit die klokglas kom word getoets met behulp van 'n nikroom draadje en eers as die toets positief is word die monster verhit.

15. EKSPERIMENTELE PROBLEME:

Aangesien daar in 'n waterstof atmosfeer gewerk is was een van die eerste probleme om suiwer waterstof te verkry. Waterstof is aanvanklik berei deur die elektrolise van 'n Kaliumhidrokside oplossing met behulp van Nikkel elektrodes. Die negatiewe elektrode is in 'n poreuse pot wat met 'n rubberprop verseël is geplaas. Deur die prop gaan 'n glasbuis wat gebruik word om die waterstof wat afkom weg te lei. Die poreuse pot en die positiewe elektrode is in 'n groter glas houer geplaas. Die pot en glashouer is gevul met die

elektroliet. Volgens die metode word die waterstof, wat by die katode afkom geskei van die suurstof wat by die anode afkom. Die suurstof het eenvoudig in die lug ontsnap terwyl die waterstof weggelei en gebruik is. Die poreuse pot moes die eienskap hê dat dit die ione deurlaat maar nie gasmolekule nie. Al potte wat beskikbaar was, was dié wat in nat Le Clanche selle gebruik is. Die potte het baie onsuiverhede bevat en is in kaliumhidrokside oplossing gekook om dit skoon te kry. Die potte het egter nadat dit 'n tyd lank in gebruik was sag en bros geword en gebreek.

'n Kaliumhidrokside oplossing met 'n soortlike gewig van 1.19 is gebruik. Indien die konsentrasie van die elektroliet te laag is word kalium oksides en super-oksides gevorm wat dan met die Nikkel reageer. Aanvanklik is aangeneem dat, aangesien geen kaliumhidrokside opgebruik word nie maar slegs water ontbind word in die proses van elektrolyse, die konsentrasie nie sal daal nie maar eerder sal styg. 'n Interessante verskynsel is egter waargeneem naamlik dat die konsentrasie van die kaliumhidrokside-oplossing binne in die poreuse pot styg terwyl die konsentrasie van die oplossing in die glasbeker daal. Die daling is sodanig dat die Kaliumhidrokside met die Nikkel anode reageer. Om bogenoemde probleem te oorbrug is 'n klein gaatjie in die

boom van die pot geboor. Dit het die probleem opgelos maar die druk waarteen waterstof voorsien is beperk tot die hoogte van die vloeistof kolom in die pot. Nadat die waterstof gesuiwer is was die toets vir suiwer waterstof egter negatief. Om bogenoemde rede en ook omdat die poreuse potte sag geword en gebreek het nadat dit 'n ruk in gebruik was is besluit om die metode te laat vaar.

Hierna is gebruik gemaak van waterstof uit silinders. Die toets vir suiwer waterstof was egter steeds negatief. Die hele apparaat is goed en deeglik skoongemaak en nuwe geleidingspype, wat so kort as moontlik gemaak is, is gebruik. Die palladium katalis is vervang met gepalladeerde asbes wat 'n baie groter kontak oppervlakte het. Daar was egter geen verbetering in die suiwerheid nie. Skoon, fyn korrelrige silikajel, wat 'n groter blootgestelde oppervlakte het as dié met groot korrels, is toe gebruik. Nadat die waterstof vir 'n paar uur deur die apparaat gevloei het was die waterstof egter nog onsuiver. Die hele apparaat is hierna vakuum gepomp vir 'n paar uur terwyl die silikajel verhit is tot ongeveer 100°C . Voorsorg is getref dat slegs waterstof weer ingelaat word. Nadat die waterstof vir 'n paar uur deur die apparaat gevloei het was dit toe suiwer. Hierna is die hele apparaat onder 'n positiewe waterstof druk gehou selfs al word daar nie waterstof gebruik nie. Dit het

verhoed dat daar enige lug in die apparaat kom. Hierna is daar nie weer moeilikheid met onsuiver waterstof ondervind nie. Dit het dus geblyk dat die silikajel onsuiverhede absorbeer as dit aan die lug blootgestel word en dit stadig afgee wanneer waterstof daardeur vloei. Nadat die silikajel om enige rede aan die lug blootgestel was moet die lug eers afgepomp word terwyl die silikajel verhit word voordat waterstof deurgestuur word.

16. TOETS VIR SUIWER WATERSTOF:

'n Stukkie nichroom draad word verhit in die waterstof totdat dit gloei. Indien daar suurstof, wat die vernaamste onsuiverheid is, teenwoordig is word die draadjie geoksideer en kry 'n dowwe kleur. Indien die waterstof suiwer word, word die draadjie weer gereduseer as dit verhit word en word weer blink. As die draadjie met verhitting dus blink bly of blink word is die waterstof suiwer genoeg vir gebruik.

Die toets het egter in die begin baie verwarring veroorsaak. Die nichroom draadjie is verhit met behulp van 'n variac. Daar is gevind dat die toets vir suiwer waterstof onder sekere omstandighede positief was. Later onder presies dieselfde omstandighede was die toets egter negatief. Onder sulke omstandighede was dit vanselfsprekend baie

moeilik om die oorsaak vir die onsuiverheid op te spoor.

Die volgende verklaring is egter vir bogenoemde probleem gevind:-

Met die toets word die variac nie elke keer na dieselfde posisie gedraai nie. Dus is die temperatuur van die draadjie ook elke keer verskillend. Wanneer die draadjie verhit word in 'n atmosfeer wat suurstof bevat word twee oksides gevorm naamlik CrO_2 , CrO_3 wat by afkoeling aan die draadjie 'n dowwe kleur gee. Die ontbindingstemperatuur van die oksides is onderskeidelik $400 \pm ^\circ\text{C}$ en $700 \pm ^\circ\text{C}$. Wanneer die draadjie verhit word totdat dit net gloei ($500^\circ\text{C} - 550^\circ\text{C}$) is die temperatuur onderkant die ontbindingstemperatuur van CrO_3 en indien daar van dié okside gevorm word sal dit nie ontbind nie en die draadjie word dof as dit afgekoel word. Wanneer die draadjie egter verhit word totdat dit sterk gloei ($900 \pm ^\circ\text{C}$) is die temperatuur so hoog dat albei oksides ontbind. Indien die draadjie dan baie vinnig afgekoel word, word daar nie meer oksides gevorm nie en die draadjie bly dus blink. Ons sien dus dat onsuiver waterstof wel 'n positiewe toets kan gee. Die toetsmetode wat gevolg moet word is dus om die draadjie te verhit totdat dit net-net gloei en dit dan baie stadig af te koel sodat oksides gevorm kan word indien daar suur-

stof teenwoordig is. Daar is gevind dat die nichroomdraadjie toetsmetode gevoelig genoeg is om te toets vir suurstof in die waterstof maar indien dit nie korrek gebruik word nie kan dit onbetroubaar wees.

17. PROBLEME MET BUFFERSTAAF:

Aangesien die bufferstaaf van kwarts gemaak was was dit byna onmoontlik om 'n metaal daaraan vas te heg. Daar is egter op die volgende manier gepoog om dit te doen aangesien die metode gebruik word om glas te soldeer. 0.2 gram Platinachloride word opgelos in 5 c.c. elk van alkohol en etiel eter. Van die oplossing word dan op die staaf se punt gevoeg en sterk verhit. Die platina slaan dan neer op die kwarts staaf. Die proses is 'n paar maal herhaal totdat 'n redelike lagie platina oor die hele oppervlakte verkry is. Die yster kristal kon dus nou met behulp van 'n metaal aan die staaf vasgeheg word. Dié platina-lagie het egter nie voldoende aan die stafie vasgesit nie en die kristal het maklik losgekom. Verdere probleme is ook gevind deurdat die bufferstaaf gebars het as gevolg van die verhitting. Die kwarts bufferstaaf is hierna vervang met 'n bufferstaaf gemaak van vlekvrre staal.

18. VASHEGMATERIAAL:

Die vasheg van die yster kristal aan die kwartsbuffer was een van die grootste probleme wat opgelos moes word. Daar was verskeie faktore wat dié probleem bemoeilik het. Eerstens is die uitsettingskoefisiënte van die yster en die kwarts baie verskillend en met verhoging in temperatuur het die las gebreek. 'n Vlekvrye bufferstaaf wat later gebruik is het baie gehelp om die probleem te oorbrug. Tweedens moet die vashegmateriaal sodanig wees dat dit hitte bestand is en ook die ultrasoniese golwe moet deurlaat met die verhoging van die temperatuur. Die meeste sement wat egter beskikbaar is, is nie hitte bestand nie of laat nie die golwe deur nie of het albei genoemde nadelige eienskappe. Aangesien daar beoog is om tot by die Curie temperatuur van yster lesings te neem sal die geskikste vashegmateriaal 'n metaal, met 'n hoë smeltpunt, wees aangesien dit hittebestand is en die golwe goed behoort deur te laat.

Daar is toe besluit om die monster „hard" aan die een end van die bufferstaaf vas te soldeer. Die ideale metaal sou wees een wat net bokant die Curietemperatuur van yster (770°C) smelt.

'n Materiaal wat baie na aan die vereiste kom is die

utektiese (eutectic) mengsel van silwer en koper. Die mengsel bestaan uit 71.9% silwer en 28.1% koper en smelt by 779°C. Die mengsel het die voordeel dat dit slegs een fase is en dat daar dus nie „klonte” (waar daar te veel van een bestandeel is) in die las voorkom wat die golwe kan weerkaats nie. Die allooi is berei deur die regte hoeveelheid silwer en koper in 'n boogfond te smelt.

19. VASHEG VAN MONSTER:

Die bufferstaaf en monster moes tot $800 \pm ^\circ\text{C}$ verhit word om die twee hard aanmekaar vas te soldeer. Die vashegmateriaal is so plat en dun as moontlik gedruk en tussen die bufferstaaf en die monster geplaas. Die monster is met behulp van nichroom draad op die staaf in posisie gehou. Dit is in 'n lang porseleinbuis, waarom 'n oond gedraai is, geplaas. Waterstof is deur die hele sisteem gelei en die temperatuur is stadig opgeneem tot $800 \pm ^\circ\text{C}$, vir 'n rukkie daar gehou om seker te maak dat die metaal oor die hele oppervlakte versprei. Daarna is die kristal weer baie stadig afgekoel. Terselfdertyd is die kristal ook uitgloeï. Die verhitting en afkoeling is stadig gedoen om te verhoed dat die kristal beskadig word.

Omdat die kristal lank by hoë temperature gehou word met bogenoemde metode van stadig verhit en afkoel is die

gevaar van diffusie baie groot: Die diffusie vanaf die metaal las na die monster neem baie vinnig toe met verhoging in temperatuur en dit kan 'n groot invloed op die lesings hê. Daarom is later besluit om die monster vinniger te verhit en af te koel. Die verandering in temperatuur is egter egalig aangebring en termiese skokke is sover moontlik vermy.

Met bogenoemde vashegmetode is een van die grootste probleme dat die monster skeef vasgesoldeer kan word. Aangesien daar nie binne in die oond gesien kan word nie word die monster na die beste van die vermoë in posisie geplaas en gehoop dat dit so in posisie sal bly, wat nie altyd die geval is nie. Die metode is eers met 'n gewone stukkie yster probeer en dit was 'n groot sukses. Die las was so goed dat dit omtrent die hele golf deurgelaat het. Die werklike monster is egter aanvanklik skeef vasgesoldeer en drie verhittings was nodig om dit vas te heg.

20. VASHEG VAN MONSTER:

Die kwarts oordraer is aanvanklik aan die bufferstaaf vasgeheg met 'n hars. Die oordraer het egter slegs golwe deurgelaat tot by ongeveer 400°C aangesien dit gevoelig is vir temperatuur stygings en die afkoelingswater nie voldoende was nie. Lae temperatuur araldite is hierna gebruik

om die oordraer vas te heg maar slegs 'n temperatuur van $600 \pm ^\circ\text{C}$ kon bereik word. Hoë temperatuur araldite is hierna aangewend sonder enige verbetering. Hierna is die afkoelings-oppervlakte by die oordraer vergroot wat die probleem opgelos het.

21. NEEM VAN LESINGS:

Die skouer in die monster was klein en die verandering in tydverskil tussen ooreenstemmende pulse gevolglik ook klein en moeilik om te bepaal. Daar is besluit om die konstante C_{44} eerste te bepaal aangesien die snelheid van die golwe, wat in die berekening voorkom, kleiner is as die ander en die verandering dus die grootste en die maklikste bepaalbaar. Daar kon egter slegs een stel lesings tot by $800 \pm ^\circ\text{C}$ geneem word aangesien die oond by die temperatuur ooreis is en gebreek het.

In die berekenings moet 'n korreksie aangebring word vir die verandering in digtheid en afmetings van die kristal met 'n verhoging in temperatuur.

Die gewone formule vir die termiese uitsetting is

$$L = L_0 (1 + \alpha T)$$

waar L = liniêre dimensie by $T^\circ\text{K}$.

L_0 = liniêre dimensie by 0°K .

en $\alpha = \frac{1}{L_0} \frac{dL}{dT}$ is die liniêre uitsettings-
koeffisiënt.

Netso vir die digtheid ρ het ons.

$$\rho = \rho_0(1 + T)^{-3}$$

Uit die resultate blyk dit dat die elastisiteits-
konstantes C_{44} egalig afneem met toename in temperatuur.
Ongeveer by die Curie-temperatuur is veranderinge in die
lesings verkry wat moontlik 'n knikpunt kon gewees het.
Aangesien daar egter net een stel lesings geneem kon word
kon dit nie bevestig word nie. *Sien fig. 5.*

1942

1943

1944

1945

1946

1947

1948

1949

1950

1951

1952

1953

1954

1955

1956

1957

1958

1959

1960

1961

1962

1963

1964

1965

1966

1967

1968

1969

1970

1971

1972

1973

1974

1975

1976

1977

1978

1979

1980

1981

1982

1983

1984

1985

1986

1987

1988

1989

1990

1991

1992

1993

1994

1995

1996

1997

1998

1999

2000

2001

2002

2003

2004

2005

2006

2007

2008

2009

2010

2011

2012

2013

2014

2015

2016

2017

2018

2019

2020

2021

2022

2023

2024

2025

Grafiek van $(\frac{1}{t})^2 \propto C_{44}$ teen Temperatuur.

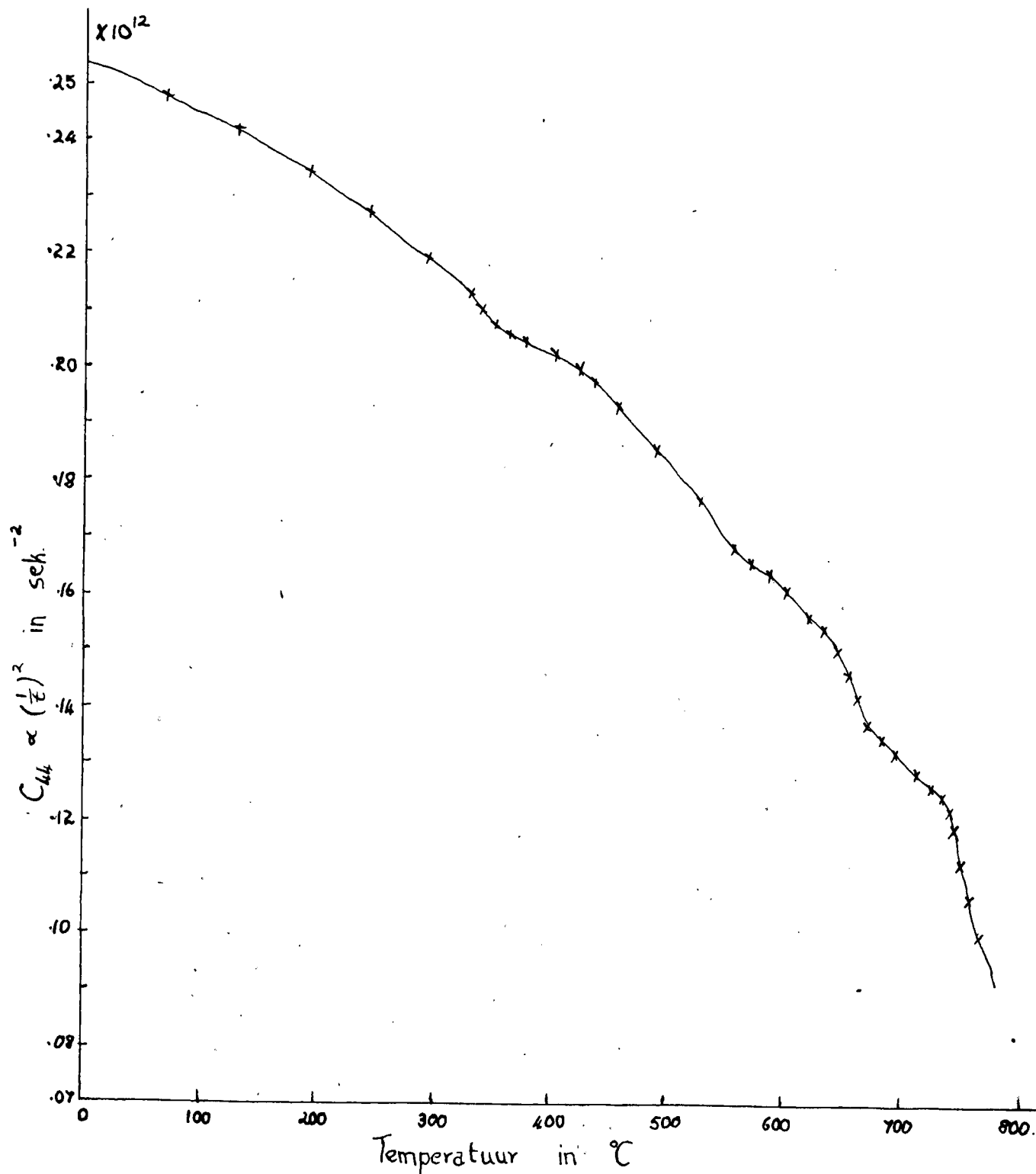


Fig. 5.

REFERENCES.

1. R.F.S. Hearmon : An introduction to Applied Anisotropic Elasticity.
Oxford University Press 1961.
2. J.F. Nye : Physical Properties of Crystals.
Oxford at the Clarendon Press.
3. Maxim Bohlman : Measurements of the Elastic Constants of Iron Single Crystals using the Ultrasonic differential path method.
M.Sc. Thesis, U.O.F.S. 1965.
4. A.E.H. Love : The Mathematical Theory of Elasticity
Cambridge University Press 1906.
5. H.B. Huntington: The Elastic Constants of Crystals.
Solid State Physics - Vol. 7, p. 213.
Academic Press 1958.
6. C.M. Zener : Elasticity and Anelasticity of Metals.
The University of Chicago Press 1952.
7. H.J. McSkimin : Physical Acoustics. Vol 1- Part A -
ch. 4. Academic Press New York 1964.
8. C. Kittel : Introduction to Solid State Physics.
John Wiley & Sons, Inc. London 1962.
9. F.C. Nix and
D. Mc Nair : Physical Review 60, 597 (1941)

10. H.B. Huntington : Physical Review 42, 321 (1947).
 11. H.J. McSkimin : Journ. App. Physics 24, 988
(1953).
 12. Handbook of Chemistry and Physics. Forty-fourth edition.
Charles D. Hodgman - chief editor. The Chemical
Rubber Publishing Co.
-



90271